Ekuacionet, inekuacionet, sistemet.

(Zgjidhje)

Ushtrimi 1.

a) $x^4+2x^2-3=0$ zëvendes. $x^2=t$ marrim $t^2+2t-3=0$ $D=4+12=16$

$t_{1,2}=\frac{-2\pm4}{2}$ $t_1=1$ $t_2=-3$ shkojmë tek zëvendësimi $x^2=1 \Rightarrow x=\pm1$

dhe $x^2=-3$ nuk ka zgjidhje. Bashkësia e zgjidhjeve $A=\{-1;1\}$.

b) $(3-x)^6+(3-x)^3-2=0$ zëvend. $(3-x)^3=t$ marrim ekuac. $t^2+t-2=0$

$D=1+8=9$ $t_{1,2}=\frac{-1\pm3}{2}$ $t_1=-2$ $t_2=1$. $(3-x)^3=-2$ ose $(3-x)^3=1$

$(3-x)^3=-2 \Rightarrow 3-x=\sqrt[3]{-2} \Rightarrow x=3-\sqrt[3]{-2}$, $(3-x)^3=1 \Rightarrow 3-x=1 \Rightarrow x=2$.

Bashkësia e zgjidhjeve $A=\{3-\sqrt[3]{-2};2\}$.

c) $\frac{5x-x^2-4}{2x^2-3x+1}=0$ $2x^2-3x+1\neq0$, Mjedisi $E=R-\{\frac{1}{2};1\}$.

$D=9-8=1$

$x_{1,2}=\frac{3\pm1}{4}$ $x_1=1$ $x_2=\frac{1}{2}$ në E $\frac{5x-x^2-4}{2x^2-3x+1}=0 \Leftrightarrow 5x-x^2-4=0$

$D=1+80=81$ $x_{1,2}=\frac{1\pm9}{10}$ $x_1=1$ $x_2=-\frac{8}{10}=-\frac{4}{5}$ $x_1\notin E$.

Bashkësia e zgjidhjeve $A=\{-\frac{4}{5}\}$.

d) $\sqrt{x-6}=x-8 \Rightarrow (\sqrt{x-6})^2=(x-8)^2 \Rightarrow x-6=x^2-16x+64$

$x^2-17x+70=0$ $D=289-280=9$ $x_{1,2}=\frac{17\pm3}{2}$ $x_1=10$ $x_2=7$

Bëjmë provën $\sqrt{10-6}=10-8$ V

$\sqrt{7-6}=7-8$ F Bashkësia e zgjidhjeve $A=\{10\}$.

Ushtrimi 2. Gjejmë rrënjët $10x-x^2=0 \Rightarrow x(10-x)=0 \Rightarrow x=0 \vee x=10$

$10x-x^2$ tabela

x		0		10	
$10x-x^2$	$-$	0	$+$	0	$-$

për $x\in]-\infty;0[\cup]10;+\infty[$ $10x-x^2<0$

për $x\in]0;10[$ $10x-x^2>0$ (pozitiv)

për $x\in\{0;10\}$ $10x-x^2=0$.

Ushtrimi 3 $(x^2-6x+8)(x-2)\leq0$

Gjejmë rrënjët $x^2-6x+8=0$ $D=36-32=4$ $x_{1,2}=\frac{6\pm2}{2}$ $x_1=2$ $x_2=4$

$x-2=0 \Rightarrow x=2$.

Tabela

x	$-\infty$	2		4	$+\infty$
x^2-6x+8	$+$	0	$-$	0	$+$
$x-2$	$-$	0	$+$		$+$
$(x^2-6x+8)(x-2)$	$-$	0	$-$	0	$+$

në R bashkësia e zgjidhjeve është $]-\infty;4]$

në N bashkësia e zgjidhjeve është

$A=\{1,2,3,4\}$.

www.virgjul.com

Ushtrimi 4

$$\begin{cases} 5x+3y=4 \\ (x-1)(y+2)=0 \end{cases}$$

Ekuac. i dytë është në trajtë prodhimi

$(x-1)(y+2)=0 \Rightarrow x-1=0 \lor y+2=0$

$x=1 \lor y=-2.$

Zëvendësojmë tek ek. parë.

$x=1 \quad 5+3y=4 \Rightarrow 3y=-1 \Rightarrow y=-\frac{1}{3} \quad (1;-\frac{1}{3})$

$y=-2 \quad 5x-6=4 \Rightarrow 5x=10 \Rightarrow x=2 \quad (2;-2)$

Bashkësia e zgjidhjeve të sist. $A=\{(1;-\frac{1}{3});(2;-2)\}$.

$$\begin{cases} x^2-16 \le 0 \\ x^2-1 \le 0 \end{cases}$$

Gjejmë rrënjët. $x^2-16=0 \quad x=\pm 4$, $x^2-1=0 \Rightarrow x=\pm 1$

x		-4		4	
x^2-16	$+$	0	$-$	0	$+$

$A=[-4;4]$

x		-1		1	
x^2-1	$+$	0	$-$	0	$+$

$B=[-1;1]$.

$-4 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 4$

$A \cap B=[-1;1]$ Bashk. e zgjidhjeve.

Ushtrimi 5

$mx^2-3x-1<0$ Të ketë zgjidhje R. duhet që tabela e vlerave të ketë formën

x	$-\infty$		$+\infty$
mx^2-3x-1	$-$	$-$	$-$

kjo do të thotë se $m<0$ dhe $D<0$

$$\begin{cases} m<0 \\ 9+4m<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m<0 \\ 4m<-\frac{9}{4} \end{cases}$$

$-\frac{9}{4} \quad 0$

Për $m \in]-\infty;-\frac{9}{4}[$ inekuacioni ka zgjidhje R.